

## INTEGRAZIONI E APPROFONDIMENTI AL CAPITOLO V

### LOSSODROMIA, ORTODROMIA ED ALTRE TRAIETTORIE

#### 3. PROBLEMI SECONDARI DELLA LOSSODROMIA.

In qualche problema di navigazione occorre individuare il punto d'intersezione di un parallelo o di un meridiano con una data lossodromia uscente da A ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) ed inclinata dell'angolo R (inteso come angolo di rotta, ma talvolta come angolo di rilevamento lossodromico Ril<sub>l</sub>):

*determinazione della longitudine  $\lambda_i$  del punto d'intersezione di una lossodromia con un dato parallelo  $\varphi_i$ :  $\lambda_i = \lambda + (\varphi_{ci} - \varphi_c) \cdot \tan R$  ( $\varphi_c$  sulla sfera;  $\psi_c$  sull'ellissoide).*

*Determinazione della latitudine  $\varphi_i$  del punto d'intersezione di una lossodromia con un dato meridiano  $\lambda_i$ :  $\Delta\lambda = (\lambda_i - \lambda)$ ;  $\varphi_{ci} = \varphi_c + \Delta\lambda / \tan R$ ; da  $\varphi_{ci}$  a  $\varphi_i$  risolvendo la nota formula  $\ln \tan(45^\circ + \varphi/2) = (\varphi_c \cdot \pi) / 180$ . Sequenza dei passaggi:  $((2 \tan(2 \ln(\varphi_{ci} \cdot \pi / 180))) - 45) \cdot 2 \rightarrow \varphi_i$  oppure, a seconda del tipo di calcolatrice:  $(\tan^{-1}(e^{(\varphi_{ci} \cdot \pi / 180)}) - 45) \cdot 2 = \varphi_i$ ;  $e = 2,718282\dots$  (comunque così ottenibile: 2ndLN1).*

Sull'ellissoide si lavora con  $\psi_c$ ; il passaggio finale è:  $\varphi_i = \psi_i + 0,193 \cdot \text{sen}(2\psi_i)$ .

#### **Determinazione del punto d'intersezione di due lossodromie note:**

1<sup>a</sup> lossodromia: passante per A ( $\varphi_1$ ,  $\lambda_1$ ) con angolo  $R_1$

2<sup>a</sup> lossodromia: passante per B ( $\varphi_2$ ,  $\lambda_2$ ) con angolo  $R_2$ .

Si risolve il sistema formato dalle equazioni delle lossodromie aventi in comune il punto d'intersezione: si calcola  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$

$\varphi_{cx} = [\Delta\lambda + \varphi_{c1} \cdot \tan R_1 - \varphi_{c2} \cdot \tan R_2] / (\tan R_1 - \tan R_2)$ ; da  $\varphi_{cx}$  a  $\varphi_x$  (vedasi poche righe sopra)

$\lambda_x = \lambda_1 + (\varphi_{cx} - \varphi_{c1}) \cdot \tan R_1$

**Nota.** le differenze di longitudine ( $\lambda_2 - \lambda_1$ ) e ( $\lambda' - \lambda$ ) dei precedenti casi di risoluzione vanno intese come archi  $\leq 180^\circ$ , secondo la ben nota regola di operare l'esplesimento e cambiare segno alla prima differenza di longitudine calcolata, quando questa supera  $180^\circ$  in valore assoluto.

#### **II Problema della lossodromia - calcolo alternativo:**

Dati A ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) e B ( $\varphi'$ ,  $\lambda'$ ) calcolare cammino  $m'$  e la rotta R.

$$m' = 60 \cdot |\varphi' - \varphi| \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_c}\right)^2}; \quad \cos R = \frac{60 \cdot (\varphi' - \varphi)}{m'}$$

Dalla rotta semicircolare R, contata sempre dal cardine nord, a rotta circolare **R**:

$R = R_E$ ;  $R = 360^\circ - R_W$ . Il suffisso E o W è il nome di  $\Delta\lambda$ .

La sequenza dei passaggi che giustificano la formula di calcolo alternativo è:

$$m = \Delta\varphi \cdot \sec R; \quad m = \Delta\varphi \cdot \sqrt{1 + (\tan R)^2}; \quad \text{considerando che } \tan R = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi_c}$$

**Nota.** Dall'esame dell'equazione della lossodromia  $\Delta\lambda = (\varphi_c' - \varphi_c) \cdot \tan R$ : quando  $\varphi' = 90^\circ$  (uno dei due poli), allora  $\varphi_c' = \infty$  e pertanto  $\Delta\lambda = \infty$ ;

*la lossodromia si avvolge indefinitamente intorno al polo; il polo è un asintoto della lossodromia.*

Dall'equazione  $m = (\varphi' - \varphi) \cdot \sec R$  si ricava che  $(\varphi' - \varphi)$  è diverso da  $\infty$  quando  $\varphi' = 90^\circ$ :

*è finito il percorso m dal generico punto ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) fino al polo ( $\varphi' = 90^\circ$ ).*

La matematica spiega così l'apparente paradosso: *la lossodromia si avvolge indefinitamente intorno al polo, ma è finita la distanza lossodromica tra un dato punto ed il polo asintoto.*

