INTEGRAZIONI E APPROFONDIMENTI AL
CAPITOLO X

NAVIGAZIONE COSTIERA

5. ERRORE “ε” NELLA MISURA.

Ogni misura è generalmente affetta da errore. Si definisce errore ε la differenza tra il valore errato ed il valore esatto, che è incognito: $\varepsilon = X_i - X$ dove X_i è la grandezza misurata; X il vero valore, incognito, della grandezza misurata. Anche l’errore ε risulta incognito. Il medesimo osservatore che avesse effettuato più misure della stessa grandezza avrebbe trovato altri valori, generalmente diversi tra loro: X_1 , X_2 , X_3 ... Ogni misura è affetta, pertanto da errori differenti.

Gli errori di osservazione possono essere di due tipi: errori sistematici ed errori accidentali.

Gli errori sistematici sono funzioni di una legge nota che può essere quella della costanza o della proporzionalità od altra legge; pertanto molte volte gli errori sistematici possono essere in gran parte eliminati o dopo ricerche abbastanza accurate di tali cause o combinando opportunamente le osservazioni. Esempi di cause di errori sistematici sono l’imprecisa conoscenza della deviazione o della declinazione magnetica del luogo o della correzione c_g della girobussola. A causa di questi errori, i rilevamenti veri ottenuti dalle formule di correzione sono affetti da errori costanti sia nel valore assoluto sia nel segno. Per semplicità, nella Nautica, vengono considerati errori sistematici solamente quelli che, *in un gruppo di osservazioni* (ad esempio 2 o 3 o 4 rilevamenti di differenti punti di costa) rimangono costanti nel valore assoluto e nel segno.

Gli errori accidentali sono dovuti a cause che invece sfuggono al controllo e conseguentemente all’analisi di queste. Un esempio è l’imprecisione della misura di un rilevamento ottico derivante da scarsa visibilità per foschia, o di un rilevamento radar per scarsa definizione del limite di costa. Gli errori accidentali dipendono esclusivamente dal caso. Se ad esempio venissero effettuate, da una nave ferma, tre o quattro misure di rilevamento di un faro, con la stessa accuratezza e nelle stesse condizioni esterne, si constaterebbe una lieve variabilità nei valori delle varie misurazioni, che pertanto sono generalmente errate per cause accidentali varie.

In generale *in un gruppo di osservazioni* gli errori accidentali sono variabili in valore assoluto e segno.

Teoria di Gauss relativa agli errori accidentali.

Le caratteristiche “intuitive” degli errori accidentali sono:

a) gli errori possono essere positivi o negativi, con uguale probabilità;

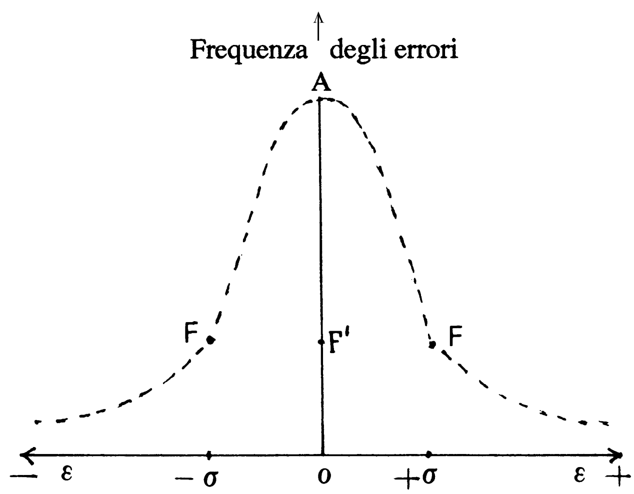
b) gli errori piccoli sono più frequenti degli errori più grandi.

Queste nozioni intuitive possono essere tradotte in un diagramma su un sistema di assi cartesiani.

Fig. 14. Curva di Gauss

Il 67% delle misure ha un errore minore o uguale a σ (σ è lo scarto quadratico medio RMS). Nei punti di ascissa ± σ e ordinata 67 si hanno i flessi dei due rami della curva a campana.

AO = 100; A F' = 67



Lungo l'asse x è riportato l'importo degli errori, lungo l'asse y la frequenza degli errori (fig. 14).

La rappresentazione grafica esprime la "legge di probabilità" degli errori (probabilità di un evento in una prova è il rapporto tra il numero dei casi favorevoli ed il numero dei casi possibili).

La curva si avvicina asintoticamente all'asse x. La simmetria della curva rispetto all'asse y conferma la caratteristica a), mentre la decrescenza di y dal valore massimo (per $\varepsilon = 0$) conferma la caratteristica b) della cosiddetta *curva a campana*.

Caposaldo della teoria di Gauss è il principio della media aritmetica $X_m = \dfrac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots X_n}{n}$

"Quando si ha un gran numero n di misure accurate di una stessa grandezza incognita X, il valore più probabile di questa (in assenza di errori sistematici) è la media aritmetica delle misure stesse" (postulato di Gauss). Il limite: $\lim X_m$, per $n \to \infty$, è il valore esatto X.

Questo principio non è universale; è criticabile quando n è limitato (come d'altra parte avverte il postulato stesso). Un esempio: cinque misure di una grandezza (ad esempio una distanza) abbiano i seguenti valori: 3,20 2,95 3,16 3,21 3,05.

La media aritmetica è: 3,114.

Con uno sviluppo matematico della teoria si perviene all'espressione di σ, scarto quadratico medio:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n}}$$

dove: $V_1 = X_1 - X_m$; $V_2 = X_2 - X_m$; $V_3 = X_3 - X_m \dots$ $[VV] = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots V_n^2$

Svolgendo l'esempio numerico proposto si perviene a: $\sigma = \pm 0{,}10$.

<u>**Nota**</u>. Se si suppone di aver individuato l'errore ε (come ciò sia possibile è prospettato nel § 7) si perviene alla determinazione della correzione **c**, uguale ed opposta a $\boldsymbol{\varepsilon}$ (**c = - ε**). Ciò consentirà di correggere una successiva misura Y_i strumentale: $Y = Y_i + \mathbf{c}$. Riconosceremo però che si tratta, prevalentemente, di errore sistematico.

<u>Imperfezioni strumentali</u>. Tutti gli strumenti causano errori prevalentemente sistematici. È cura dell'Ufficiale verificare lo stato di funzionalità di essi, dalla bussola magnetica alla girobussola, cerchio azimutale, grafometri, sestante, (circolo Amici-Magnaghi), scandaglio, (telemetro) parallele, squadrette, staziografo, ed ogni altro eventuale strumento della navigazione costiera.

A solo titolo di esempio si ricorda che se per difetto di costruzione non ci fosse il parallelismo degli aghi magnetici della bussola con la direzione 0°-180° della graduazione della rosa interverrebbero nelle misure angolari intollerabili errori sistematici. Produce errore sistematico la correzione giro non perfettamente nota. Per evitare sensibili errori accidentali è cura dell'Ufficiale verificare: la rosa della magnetica (sia minimo l'attrito tra cappelletto e punta del perno), il filo della pinnula obbiettiva del cerchio azimutale (sia ben teso), il sestante (vi sia la perpendicolarità degli specchi). Gli aumenti di temperatura producono dilatazioni nelle parti metalliche degli strumenti e concorrono a produrre errori accidentali e sistematici.

Un particolare errore strumentale, nella misura di un rilevamento ottico, è provocato dalla non perfetta orizzontalità del mortaio. Una lieve, inavvertita, inclinazione i° del piano del cerchio azimutale, e quindi del traguardo, provoca un errore accidentale $\varepsilon_{i°}$ nella misura del rilevamento.

L'entità dell'errore è variabile a seconda della direzione di osservazione e dell'altezza "h" dell'oggetto rilevato rispetto al piano del mortaio.

In merito alla direzione di mira c'è da notare che quando essa è ortogonale rispetto all'asse intorno a cui il mortaio è inclinato (asse di rotazione), il traguardo non esce dal piano verticale dell'oggetto e non si ha alcun errore; è il caso della figura 15.

Viceversa il traguardo esce dal suddetto piano verticale tanto più quanto più la direzione dell'oggetto si avvicina all'asse di rotazione.

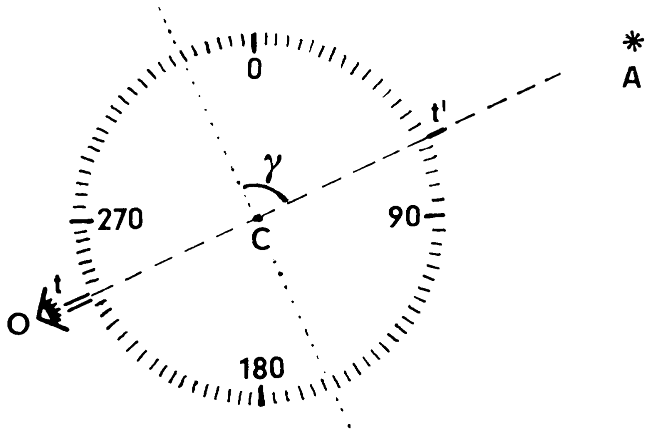


Fig. 15.
L'asse intorno a cui è ruotato il mortaio, in questo esempio, è quello (punteggiato in figura) perpendicolare al piano di mira (γ = 90°).

L'angolo tra tale asse e la direzione dell'oggetto viene indicato con γ. In un mortaio inclinato, l'allontanamento dell'alidada dal piano verticale dell'oggetto è tanto maggiore quanto più elevata è l'altezza "h" dell'oggetto. Se l'oggetto è vicino all'orizzonte non si ha, praticamente, modifica alcuna della direzione di mira. Si dimostra che l'errore accidentale $\varepsilon_{i°}$ vale:

$$\boldsymbol{\varepsilon_{i°} = i°\cdot\cos\gamma\cdot\tan``h"} \qquad (2.XII)$$

Esempi: h = 10° ; γ = 45° ; i° = 2° ; risulta ε = 0,2°; h = 18° ; γ = 90° ; i° = 6° ; risulta ε = 0°

Il secondo esempio suggerisce: quando per necessità di osservazione di un oggetto elevato (ad esempio un astro) occorre inclinare il traguardo per allineare oggetto e pinnule collimatrici, si dovrà aver cura di inclinare il mortaio facendolo ruotare intorno all'asse ortogonale alla direzione di mira, abbassando la pinnula oculare e sollevando, così, quella obiettiva.

Condizioni ambientali; errore personale. Rollio, beccheggio, scarsa visibilità concorrono a peggiorare la qualità della misura. Queste cause di disturbo introducono, nelle misurazioni, errori accidentali. *In queste condizioni è opportuno osservare, se possibile, più volte ogni oggetto, in un breve intervallo, per poi assumere il valore medio delle misure.* **Si riduce, così, l'influenza degli errori casuali, accidentali,** come suggerisce la teoria di Gauss.

Tra gli errori includiamo quello personale. L'errore personale contiene una componente sistematica ed una componente, minore, accidentale. Quest'ultima però prevale sulla prima quando le condizioni fisiologiche dell'osservatore sono alterate, sensibilmente lontane da quelle normali.

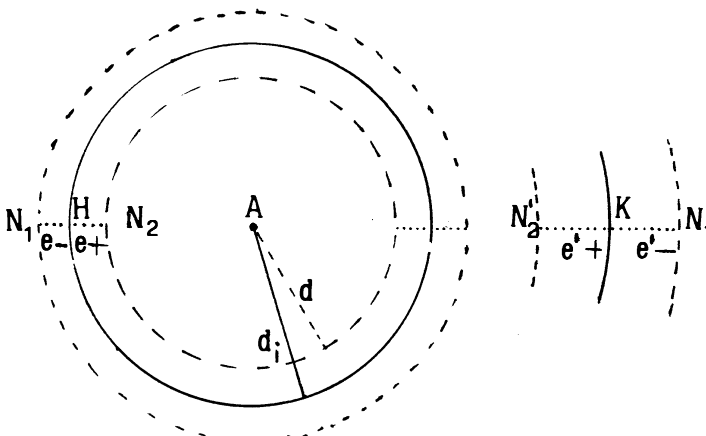


Fig. 16.
Errore e sulla circonferenza di eguale distanza

Nota: Un punto nave, in navigazione, privo dell'ora non ha alcun significato.

Ed ora una breve parentesi per un'annotazione teorica e soddisfare una curiosità matematica: i luoghi di posizione esaminati sono cinque. Cinque conseguentemente sono i Pn ottenibili con l. di p. omogenei (due rilevamenti, oppure due circonferenze ...). Nel calcolo combinatorio questi sono i casi ripetitivi di combinazione. Oltre a questi ci sono, nel nostro caso, le combinazioni di 5 (n) in classe 2 (k). Esse sono, come suggerisce la formula:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3)} = 10$$

In totale, con i ripetitivi, (5 + 10); cioè 15.