

APPROFONDIMENTI E INTEGRAZIONI AL CAPITOLO VIII

AUTOMAZIONE NAVALE

IL MODELLO MATEMATICO. Le regolazioni e l'economia dell'autopilota.

Con la partecipazione del Professore **Francesco Borghero** Docente di Fisica Matematica presso il Dipartimento di Matematica, Facoltà: Scienze M.F.N. Università di Cagliari.

Premessa. Lo studio che segue introduce un'ipotesi di lavoro: considerare regolare la curva seguita dalla nave quando per vento, mare e corrente ... si allontana dalla rotta prefissata, per poi fare "rientro" in seguito all'intervento dell'autopilota. Questa curva (che in realtà non è mai regolare) viene considerata una semi-sinusoidale. L'ipotesi è per dare una base geometrica e matematica allo studio che segue; nella convinzione che i risultati siano vicini alla realtà e le conclusioni abbiano, pertanto, validità generale. Il calcolo della lunghezza di una curva sinusoidale non presenta particolare difficoltà.

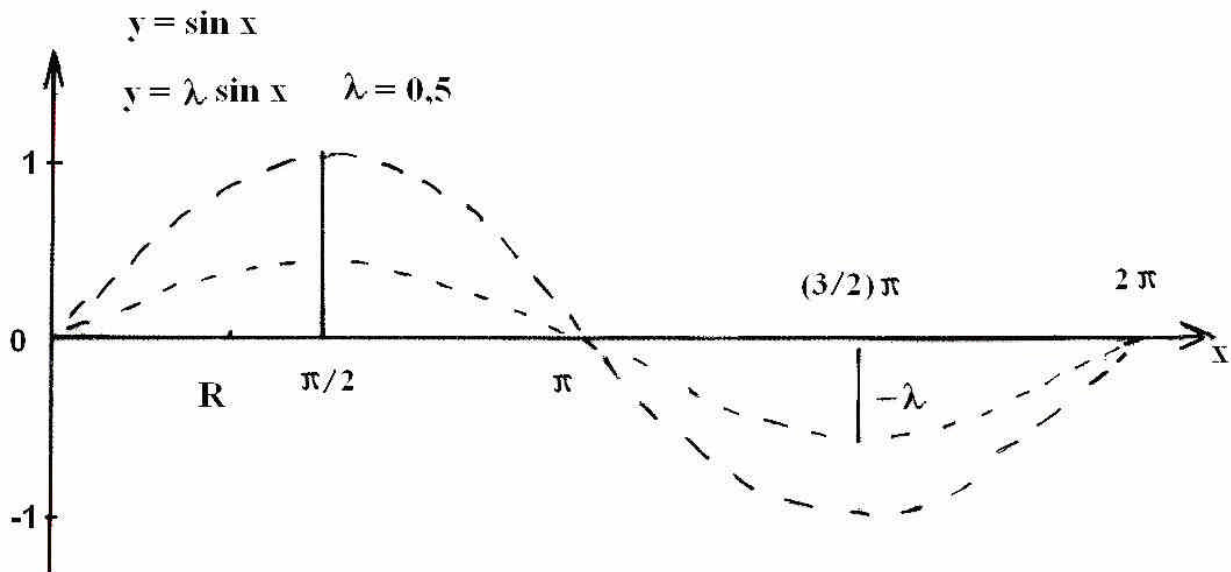


Fig. 12 sinusoide:

Curva di tipo sinusoidale:

$$y = \sin x,$$

$$y = \lambda \sin x,$$

con $\lambda = 0,5$ radianti

Calcolo delle lunghezze $\mathbf{L}$ in radianti, tra 0 e 2π , della curva di tipo sinusoidale $y = \lambda \sin x$ e della sinusoide $y = \sin x$, (per $\lambda = 1$).

Per la dimostrazione vedi nota.

$$\mathbf{L} = 2\pi\sqrt{1+\lambda^2} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-3)!!}{(2n)!!} \right)^2 (2n-1) \left(\frac{\lambda^2}{1+\lambda^2} \right)^n \right]$$

Dove $r!!$ è il cosiddetto semifattoriale (chiamato anche doppio fattoriale) del numero intero positivo r , e rappresenta il prodotto di tutti i numeri interi positivi, non superiori ad r ed aventi la

stessa parità di r.

Esempi: $5!! = 1 \cdot 3 \cdot 5$; $5!! = 15$; $6!! = 2 \cdot 4 \cdot 6$; $6!! = 48$
 Per convenzione: $-1!! = 1$; $0!! = 1$; $1!! = 1$

Calcoliamo la lunghezza $\mathbf{L}$ di una sinusoide ($\lambda = 1$) con la formula della Serie convergente sopra riportata, per $n = 3$.

Cominciamo con il calcolo del I II III termine della sommatoria Σ :

$$\begin{array}{lll} \text{I} & n = 1 ; (1/2)^2 (1) (1/2) & = 1/8 \\ \text{II} & n = 2 ; (1/8)^2 (3) (1/2)^2 & = 3/256 \\ \text{III} & n = 3 ; (3/48)^2 (5) (1/2)^3 & = 45/18432 \end{array}$$

$$\mathbf{L} = 2\pi\sqrt{2} (1 - 1/8 - 3/256 - 45/18432); \mathbf{L} = 8,8858 \cdot 0,8608 ; \mathbf{L} = 7,6492 \text{ radianti.}$$

Ciò significa: se il radiante, raggio della circonferenza goniometrica generatrice della sinusoide, è lungo (ad esempio) 10 cm, $\mathbf{L}$ risulta lunga 76,492 cm.

È interessante anche calcolare il rapporto $\mathbf{L}/2\pi$. $\mathbf{L}/2\pi = 1,2174$; la sinusoide è circa 1,22 volte più lunga del segmento di ascissa compreso tra 0 e 2π .

Nota. Com'è noto dal calcolo integrale la lunghezza L di un arco di curva di equazione $y = f(x)$ nell'intervallo $[a, b]$ è dato da:

$$\mathbf{L} = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} \cdot dx \quad (1) \text{ dove } f'(x) \text{ è la derivata della funzione } f(x)$$

Se la data funzione è $y = \lambda \sin x$ (con λ costante assegnata), definita nell'intervallo $[0, 2\pi]$, tenendo conto che, in questo caso, $y' = \lambda \cos x$, la formula (1) diventa:

$$\mathbf{L} = \int_a^{2\pi} \sqrt{1 + \lambda^2 \cos^2 x} \cdot dx \quad (2) \text{ che, per la simmetria della funzione sinusoidale, possiamo scrivere così:}$$

$$\mathbf{L} = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \lambda^2 \cos^2 x} \cdot dx \quad (3) \text{ e ponendo } k = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

L'integrale (3) è un integrale ellittico completo di II specie di modulo k .

Tale integrale, nella formula di Legendre, si suole indicare con $E(k)$ e può essere espresso da una **serie convergente**:

perciò la lunghezza dell'arco di curva $y = \lambda \sin x$ nell'intervallo $[0, 2\pi]$ è dato dall'espressione di $\mathbf{L}$.

I Calcolo. Il radiante, raggio della circonferenza goniometrica generatrice di una sinusoide, è cm 9,00. Calcolare la lunghezza $\mathbf{L}$ della sinusoide in radianti e in centimetri ($\mathbf{L}'_{\text{cm}} = \mathbf{L} \cdot \text{rad}_{\text{cm}}$), il rapporto $\mathbf{L}/2\pi$, la distanza in ascissa tra 0 e 2π .

I calcoli iterativi dello sviluppo in serie (v. sopra) sono limitati ai primi quattro termini ($n = 4$) per avere un risultato vicinissimo a quello esatto, grazie alla rapida convergenza dello sviluppo.

Risultati: $\mathbf{L} = 7,6486$ (radianti) ; $\mathbf{L}' = 68,84$ cm ; $\mathbf{L}/2\pi = 1,2173$;
 distanza 0 - 2π : cm 56,55 (ottenuto dal prodotto $2\pi \cdot 9$)

II Calcolo. Di una curva di tipo sinusoidale si conosce:

- distanza in ascissa tra 0 e 2π : cm 56,5487

- semiampiezza della curva: cm 4,5

Dal rapporto (distanza 0 - 2π) / (2π) si ricava la lunghezza del radiante: cm 9.

Si calcola il valore della semiampiezza λ in radianti: $\lambda = 2\pi \cdot 4,5/56,5487$; $\lambda = 0,5$.

Calcolare:

la lunghezza della curva in radianti ($\mathbf{L}$), in cm ($\mathbf{L}'$), il rapporto $\mathbf{L}/2\pi$.

Risultati: $\mathbf{L} = 6,6593$ (radianti); $\mathbf{L}' = 59,93$ cm; $\mathbf{L}/2\pi = 1,0599$.

Il rapporto $\mathbf{L}/2\pi$ nella navigazione sarà indicato con $\mathbf{L}/m_T$, dove m_T è la distanza tra due *zeri* consecutivi, punti d'intersezione della curva della nave con la traiettoria. Gli esempi che seguono considerano la curva semi-sinusoidale.

Le cause di spostamento di una nave dalla rotta sono tante e variabili:

1) in una nave monoelica in marcia avanti, l'effetto laterale complessivo delle pale conduce ad un lento mutamento della prora. Con elica destrorsa la nave tende ad accostare a sinistra; viceversa con l'elica sinistrorsa la nave accosta lentamente a destra;

2) la forza deviante terrestre ("forza inerziale di Coriolis", dovuta alla rotazione della Terra) fa traslare la nave verso destra nell'emisfero nord, verso sinistra nell'emisfero sud. Cambia dunque la rotta, ma non l'orientamento della prora. Tale effetto è funzione, principalmente, della larghezza della nave, della latitudine e della velocità (v. § 6 Cap. VII *Navigazione tradizionale*);

3) in regime di corrente costante la nave deriva, cioè trasla, cambiando la rotta ma non la prora. Nelle correnti variabili (rotatoria ed in quella d'inversione) l'effetto è variabile: la nave ritorna sulla rotta dopo un periodo della corrente;

4) nel vento, che non sia proprio di prua o di poppa, la nave scarroccia e si sposta dalla rotta; quasi sempre la nave tende a cambiare anche la prora. L'orientamento della prora non cambia se il centro velico (punto di applicazione della risultante di tutte le spinte del vento sull'opera morta) si trova sulla stessa verticale del centro di deriva dell'opera viva (per meglio dire, del centro geometrico delle superfici immerse della nave: carena, pala del timone ...);

5) il mare mosso o agitato ... Quando le onde investono la nave, qualunque sia la direzione, ad eccezione, in teoria, del mare di prua o di poppa, mutano rotta e prora.

In presenza di queste cause di disturbo, o di parte di esse, la nave non segue la traiettoria prefissata. L'autopilota governa la nave azionando il timone, nella continua ricerca della traiettoria primitiva (o di un'altra rotta alternativa).

Autopilota adattivo ATP. Così come l'ufficiale, dall'esame delle registrazioni di prora, sa analizzare e giudicare il comportamento complessivo della nave, analogamente, ma in modo oggettivo, un apposito programma del calcolatore dell'autopilota studia il modello di comportamento della nave nell'insieme delle cause di disturbo e dei relativi effetti.

L'autopilota ATP, con le relative opportune regolazioni, acquisisce la caratteristica di **adattivo**. Tramite il GPS conosce l'entità dello spostamento della nave dalla rotta.

L'ATP ricerca autonomamente le migliori regolazioni (timone, scontro, alambardata ...) in funzione anche dei "tempi d'intervento" e di "risposta".

Le regolazioni, ricercate *in linea*, sono interne ed esterne; entrambe eseguibili in quanto che all'unità di governo dell'ATP fanno capo i *sensori* della dinamica della nave e della sua traiettoria di moto.

Diamo un accenno alle cause e alla variabilità degli effetti, considerati dalle suddette regolazioni.

Le regolazioni tengono conto della velocità V della nave, del pescaggio, dell'assetto, della distribuzione del carico a bordo, della Superficie S della pala attiva del timone ...

Ad un dato angolo α di timone alla banda, $K \cdot S \cdot \sin \alpha \cdot V^2$ è l'espressione della "pressione" esercitata dai filetti fluidi sulla superficie S del timone, dove K assume un valore che dipende dall'angolo α . Nasce un momento evolutivo di accostata.

La nave reagisce accostando, tanto più lentamente:

- quanto maggiore è I , il momento d'inerzia della nave e del suo carico ($I = \Sigma m \cdot r^2$); I aumenta con la razionale distribuzione periferica del carico in ogni stiva, cioè quanto meno accentrato è il carico;
- nelle velocità minori; viceversa nelle maggiori velocità della nave;
- contrastanti sono gli effetti nelle differenti condizioni di pescaggio: la nave a pieno carico, avendo maggiore dislocamento, ha maggiore I ; pertanto più prolungato è il ritardo della risposta al timone. Però è massima la superficie attiva S della pala immersa del timone, specialmente se la nave è appoppata. In generale tende a prevalere il I effetto (maggiore ritardo alla risposta del timone).

Non c'è una netta demarcazione nella definizione di regolazioni interne ed esterne. Tuttavia si può dire, in linea di massima, che sono regolazioni interne quelle che si rifanno alle caratteristiche dinamiche e geometriche della nave: “**costanti di tempo**” della macchina del timone e dell'inerzia della nave. Le costanti di tempo sono ritardi d'intervento e/o di risposta: il primo per le caratteristiche del servomotore*, il secondo per l'inerzia della “massa-nave”.

Esempi di sensori interni: *inclinometri* e “*pendoli*” per calcolare gli angoli di sbandamento della nave nel rollio e nel beccheggio, e per misurare i periodi di oscillazione; inoltre la *girobussola* per arrivare a calcolare le variazioni di prora, nel tempo, durante l'accostata ...

Le regolazioni esterne adattano il PID** alle differenti condizioni ambientali e della nave: vento, corrente, onde, velocità nave, pescaggio, profondità del fondo.

I **sensori esterni** sono: *solcometro* e *log e.m.* (per conoscere la velocità superficiale), *sonar Doppler* (velocità rispetto al fondo), *scandaglio*, *anemometro*, *GPS* (che fornisce l'entità dello spostamento della nave dalla traiettoria). I sensori del *log e.m.* rispetto all'acqua e quelli del Sonar Doppler (quando le vibrazioni non arrivano al fondo) rivelano sia la velocità longitudinale sia quella trasversale per fornire, durante le accostate ed evoluzioni, la velocità angolare nota a bordo con l'acronimo R.O.T. (*rate of turn****).

ATP adattivo trova *in linea* le caratteristiche dei disturbi e delle costanti di tempo. Il raggiungimento del PID più idoneo avviene modificando resistenze, capacità, induttanze nel cablaggio circuitale dei componenti elettronici del regolatore.

Il **punto “neutro” del timone** (e del relativo potenziometro dell'unità di governo ATP) generalmente non coincide con il corrispondente angolo zero del timone. Viene ricercato attraverso la media dei valori, nel tempo, degli angoli di timone. Con mare calmo e senza vento una nave monoelica destrorsa trova il suo “zero” in una frazione di grado a dritta; ciò per contrastare l'effetto laterale delle pale. Col vento, il punto neutro rimane tale solamente se il centro “velico” dell'opera morta è sulla verticale del centro di deriva, di resistenza, dell'opera viva, carena ... Anche qui c'è una ricerca, nel tempo, del punto neutro da cui contare ogni angolo correttivo per riportare la nave sulla prora, e sulla rotta in ogni occasione di spostamento (“scostamento”) dalla rotta ...

Le strette “bande morte” di prora (v. § 1) intorno al *set* di prora, e quelle intorno alla traiettoria (di cui diremo), dove l'ATP resta inattivo, servono per ridurre l'usura e i consumi della macchina del timone.

Il “**funzionale costo** e/o **economia**”, con i relativi “**pesi**”, viene studiato e realizzato secondo la *teoria dei sistemi* che arriva a definire direttamente il migliore funzionale come combinazione tra costo, minima energia, scostamenti dalla rotta, angoli di timone.

***Nota.** Le norme SOLAS 1974 impongono, alla macchina di governo principale, la capacità di portare il timone da 35° da una parte a 30° dalla parte opposta con la nave alla massima immersione ed in navigazione in marcia avanti alla massima velocità di esercizio (e, nelle stesse condizioni, da 35° da una parte a 30° dalla parte opposta) in non più di 28 secondi.

****Nota.** (PID ad azione regolante Proporzionale, Integrativo, Derivativo; v. § 3).

*****Nota.** Le regolazioni delle pinne stabilizzatrici, regolazioni operate dal personale di Macchina, esigono che giunga dal Ponte il segnale del log e.m. che dà la velocità superficiale della nave.

La resistenza addizionale del timone quando è alla banda comporta una riduzione di velocità ΔV

che è variabile da nave a nave e, sulla stessa nave, mutevole a seconda del pescaggio. Tale resistenza può essere mediamente stimata nel valore 1% o 1,5% della velocità per ogni grado di timone alla banda. Esempio: alla velocità di 20 nodi, 6 gradi di timone comportano una $\Delta V = 0,01 \cdot 6 \cdot 20$; $\Delta V = -1,2$ nodi; velocità residua 18,8 nodi (considerando l'1%).

Il “funzionale” caratterizza l'ATP; esso è un compromesso tra le variabili: angolo di timone, percorso, consumi, costo di esercizio; cambia da nave a nave.

Il calcolo. Per dare al lettore un'idea più chiara del problema, ci limiteremo a qualche esempio basato su “ipotesi semplificative”. Emergerà l'importanza del problema di “minimizzare” l'impiego del timone al fine di ridurre sia l'usura e i consumi della macchina del timone sia le resistenze all'avanzamento della nave.

Le registrazioni di prora del giropilota e le registrazioni di rotta (richiamabili dalla memoria del GPS) sono tante quante sono le possibili regolazioni. Tuttavia esse possono essere inquadrare (in una prima fase di approccio al problema) in due grandi categorie (sia pure con l'approssimazione di ogni sommaria classificazione):

nella categoria **a)** riconosciamo talune cause di spostamento della nave che sono regolarmente mutevoli nel tempo, ad esempio: regime di correnti di marea variabili e qualche altra condizione di navigazione.

Nella categoria **b)** riconosciamo le cause più frequenti di spostamento della nave: vento, mare, correnti di deriva, effetto laterale delle pale di nave monoelica, forza di Coriolis. Il vento ed il mare quasi sempre hanno effetti concordanti.

Prendiamo in considerazione la semi-sinusoidale, simmetrica ed uguale (tranne il segno) all'altra metà della sinusoidale.

Supponiamo che la nave, per effetto dei disturbi esterni e per l'effetto correttivo del timone, segua una semi-sinusoidale.

Nell'esercizio che segue i dati sono:

- Il **cammino** m_T del tratto rettilineo (lungo la traiettoria prevista) compreso tra i due zeri della curva, sull'asse delle ascisse;

- lo **scostamento massimo** s della curva dalla traiettoria (asse delle ordinate);

- la **velocità** V di propulsione della nave;

Con i dati s ed m_T si è in grado di calcolare:

- la semiampiezza λ in radianti;

- **L**, lunghezza in radianti della curva semi-sinusoidale;

- il **rapporto** L/m_T

Consideriamo due differenti azioni regolanti dell'autopilota, che comportano due velocità V' e V'' della nave, poiché differenti sono gli angoli di timone per riportare la nave in rotta: al maggiore PID corrisponde, in generale, un maggiore angolo di timone. Viene considerato, dell'angolo di timone, un valore medio nel tempo: tra angolo correttivo, angolo di scontro timone, timone in mezzo (0°) o nel punto neutro. L'angolo di timone influisce sulle diminuzioni ΔV della velocità, come già detto sopra.

Calcoliamo: gli intervalli di tempo, nei due casi, per raggiungere il punto di destinazione, considerando stabili le condizioni meteo-oceanografiche, e quindi immutati gli effetti delle due azioni regolanti del PID. Mettiamo a confronto i due intervalli di tempo. Infine diamo un cenno ai due differenti consumi.

I Esempio: $m_T = 3500$ metri; $s = 300$.

Consideriamo angolo medio di timone 1° (riferimento alla curva tratteggiata).

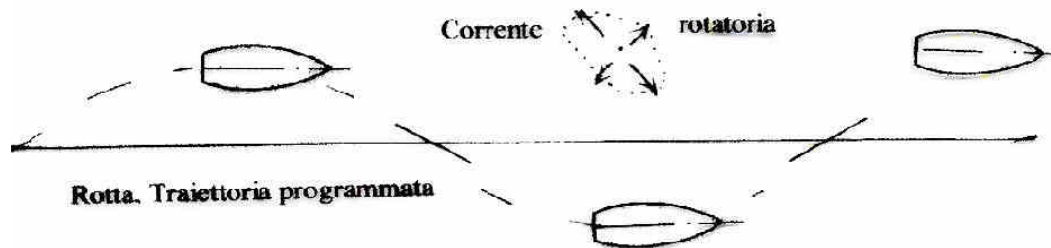
La nave, con V 16 nodi, deve raggiungere, in navigazione oceanica, il punto di destinazione lontano 1000 M.

Calcoli: $\lambda = (\pi \cdot s)/m_T = 0,2693$; **L** (con la formula dello sviluppo in serie) = 3,1978 (in radianti). Lunghezza del radiante $(3500/\pi) = 1114,1$ metri; $L_m = \mathbf{L} \cdot \text{radiante}$; $L_m = 3562,6$; $L / m_T = 1,0179$.

Miglia ipotizzabili, non mutando le condizioni, sono $1,0179 \cdot 1000 = 1017,9$
 $V' = 16 - 0,01 \cdot 16 \cdot 1 = 15,84$ kn (PID₁, con poca azione regolante).
 $\Delta t' = 1017,9 / 15,84 = 64$ ore 16 minuti (2^d , 16^h , 16^m).

Fig. 13 Derivazione della rotta.

a) andamento sinusoidale



b) andamento semi-sinusoidale

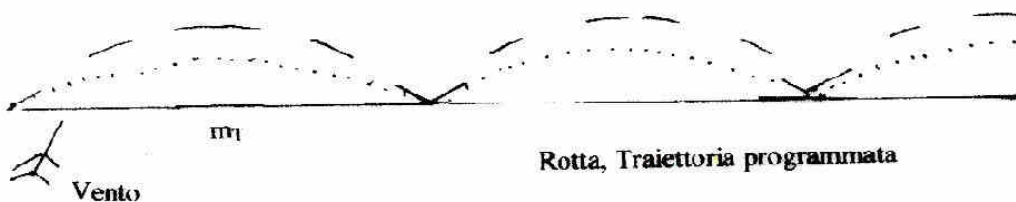


Fig. 13 *Legenda*: la figura 13a in alto mostra la curva descritta dalla nave quando l'unica causa di spostamento dalla rotta è la corrente variabile e periodica. Non muta P_v . Nella figura 13b, in basso, è il vento la causa di spostamento dalla rotta: la curva (tratteggiata) descritta dalla nave è relativa ad una limitata azione regolante (PID₁) dell'ATP; la curva (punteggiata), più vicina alla rotta, ha una maggiore azione regolante PID₂. Lungo la traiettoria, m_T è il percorso tra due rientri in rotta della nave (*distance made good*); s è il massimo scostamento dalla rotta.

II Esempio: $m_T = 1600$ metri; $s = 100$ m ; Risultati: $L = 3,1717$ $L/m_T = 1,0096$

Consideriamo un angolo medio di timone pari a 4° . Velocità 16 nodi.

$L'' = 1009,6$; $V'' = 16 - 0,01 \cdot 16 \cdot 4 = 15,36$ kn (PID₂, più correttivo). $\Delta t'' = 1009,6 / 15,36 = 65$ ore 44 minuti (2^d giorni, 17^h ore, 44^m minuti).

Con l'azione regolante più accentuata (curva punteggiata), si verifica un risparmio di distanza pari a miglia 8,3 ($1017,9 - 1009,6$), ma la navigazione avverrebbe con velocità effettiva minore. Il tempo risulta maggiore di: $1^h 27^m$.

Risparmiare sul tempo comporta vantaggi: la nave, arrivando prima, presenta con anticipo la "lettera di prontezza", con riflessi positivi nelle operazioni di carico e di scarico; minore consumo di combustibile; esempio: una nave di dislocamento 20.000 Ton che avesse un consumo giornaliero di bunker di 50 Ton, il risparmio risulterebbe: 3 Ton, circa. A ciò si aggiunge il risparmio relativo al minore lavoro compiuto dalla macchina del timone. Infine risultano minori le spese di gestione della nave considerata come vettore commerciale.

I Primi Ufficiali esperti osservano le posizioni del regolatore automatico e le annotano insieme alle condizioni meteorologiche ed a quelle della nave (velocità, dislocamento, assetto ...). È una procedura utile per regolare manualmente il PID quando dovesse risultare evidente un funzionamento imperfetto. Le cause possono essere varie; citiamo i sensori o i rilevatori in linea ...